

PRÓBA WYKORZYSTANIA RÓWNANIA ERGUNA DO OKREŚLANIA WSPÓLCZYNNIKA SZORSTKOŚCI TERENÓW ZALEWOWYCH

USEING THE ERGUN EQUATION TO DETERMINE COEFFICIENT OF THE ROUGHNESS FLOODPLAINS

Natalia Walczak, Paweł Zawadzki, Zbigniew Walczak

Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyznaczanie współczynnika szorstkości przy wykorzystaniu modyfikacji równania Manninga i Erguna. Gęstość roślin jest jednym z parametrów, które wpływają na współczynnik szorstkości i spadek hydrauliczny zwierciadła wody. W obliczeniach hydraulicznych zachodzi konieczność uwzględnienia oddziaływania zbiorowiska roślinnego na przepływ. Najczęściej stosuje się wówczas współczynnik szorstkości odczytywany z tablic Ven Te Chowa. Dobór wartości współczynnika z tablic może być niejednoznaczny. Brak empirycznej zależności tego parametru może wpływać na przeszacowanie albo niedoszacowanie wartości przepływu przez analizowany obszar. Prezentowane formuły obliczeniowe charakteryzują strukturę geometryczną roślinności terenów zalewowych i mogą być alternatywą do wyznaczania współczynnika szorstkości na podstawie wspomnianych tablic.

Abstract. The authors present the method for determining the coefficient of roughness using the modified Manning's and Erung's equation in the article. The density of plants in the area is one of the parameters influencing the roughness coefficient and the water table decline as well. It's necessary to use the roughness factor taken from the Ven Te Chow's tables in the hydraulic calculations the effect of plant communities on the flow. The selection of the above coefficient could be ambiguous. This may be the cause of overestimation or underestimation of the flow through the analyzed area. Presented mathematical equations describe the geometric structure of plants community in a flood area and could be an alternative to the classical methods for roughness coefficient estimation.

Słowa kluczowe: współczynnik szorstkości, porowatość, teren zalewowy, równanie Erguna

Key words: the coefficient of roughness, porosity, floodplain, Ergun equation

Adres do korespondencji – Corresponding authors: dr inż. Natalia Walczak, dr inż. Paweł Zawadzki, Katedra Inżynierii Wodnej i Sanitarnej, dr inż. Zbigniew Walczak, Katedra Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego, Wydział Melioracji i Inżynierii Środowiska, Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, ul. Piątkowska 94A, 60-649 Poznań, e-mail: natwal@wp.pl.

WSTĘP

Zagospodarowanie terenów zalewowych dolin rzecznych wymaga oszacowania przepustowości koryta. Niezbędne jest zastosowanie metod, w których bada się wpływ roślinności na przepływ, z uwzględnieniem przestrzennego i ilościowego rozkładu tej roślinności. Do tej pory siłą działającą na roślinność opisywano za pomocą współczynnika oporu i szorstkości. Oba te parametry są szeroko wykorzystywane i mają swoich zwolenników, nie są jednak pozbawione wad. W przypadku współczynnika oporu, który powstaje przy opływie strumienia cieczy wokół przeszkody, opór uzależniony jest od kształtu opływającego ciała i od chropowatości jego powierzchni [Kubrak i Nachlik 2003]. W zasadzie trudno jest rozdzielić oba te składniki, dlatego wartość współczynnika oporu opływającego ciała uzależnia się od obu tych cech.

W przypadku wykorzystania współczynnika szorstkości należy uwzględnić wpływ wszystkich istotnych czynników na kształtowanie się oporów przepływu. Metodą Cowana poprawność współczynnika szorstkości określa się przez dokładne oszacowanie poszczególnych współczynników składowych. Do ich określenia wykorzystuje się tablice Ven Te Chowa. Już badania Petryka i Bosmajiana [1975] wykazały, że pełny opis oddziaływania roślin otrzymamy, gdy w parametrze roślinnym uwzględniona zostanie struktura przestrzenna zbiorowiska. W związku z tym należałoby poszukać parametru, który uwzględniałby gęstość i parametry geometryczne roślinności występującej w przekroju doliny rzecznej. Takim parametrem może być porowatość, w której roślinność naturalna w przekroju jest traktowana jako grunt, a powierzchnie puste wypełnia woda opływająca je.

MATERIAŁ I METODY

Prawo Darcy'ego jest uznawane za podstawowe prawo służące do opisu przepływu przez warstwy porowate dowolnego rodzaju mediów ciekłych. Może być również używane do opisu przepływu gazów lub ich mieszanin. Prawo Darcy'ego ma oczywiście zastosowanie tylko dla przepływu o małych prędkościach i dla ośrodków porowatych można go zapisać w postaci [Hellström i Lundström 2008]:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu}{\kappa} \cdot u_f \quad (1)$$

gdzie:

- dL – odcinek przepływu, m, na którym mierzony jest spadek ciśnienia dp , Pa,
- κ – współczynnik przepuszczalności, m^2 ,
- μ – dynamiczny współczynnik lepkości, $kg \cdot (m \cdot s)^{-1}$,
- u_f – prędkość filtracyjna, odpowiadająca prędkości przepływu, $m \cdot s^{-1}$.

Jeśli prędkości są większe, następuje rozdzźwięk pomiędzy wynikami eksperymentalnymi a wynikami uzyskanymi na podstawie prawa Darcy'ego. Forchheimer [1901] stwierdził, że jest to spowodowane głównie przez efekty kinetyczne i zasugerował dodanie członu reprezentującego energię kinetyczną [Anderson i in. 2004]:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu}{\kappa} \cdot u_f + \beta \cdot \rho \cdot u_f^2 \quad (2)$$

gdzie:

- β – współczynnik Forchheimera, $l \cdot m^{-1}$,
- ρ – gęstość wody, $kg \cdot m^{-3}$.

Wartość współczynnika β może być wyznaczana na różnorodne sposoby, w zależności od podejścia i metodologii wykorzystywanej do jego określenia. Na podstawie przedstawionego przez Sobieskiego i Trykozka [2011] zestawienia wzorów do wyznaczania współczynnika β można wyróżnić dwa podejścia do określenia tego parametru. Część badaczy wyznacza współczynnik metodą empiryczną, weryfikowaną pomiarami eksperymentalnymi, za poprawne przyjmując wyniki najbardziej zbliżone do siebie. Innym podejściem jest definiowanie formuły obliczeniowej opartej na podstawowych wielkościach charakteryzujących ośrodki porowate. Dlatego parametr β definiuje się dla konkretnych przypadków i nie sposób określić jego uniwersalności.

Szczególnym przypadkiem równania Forchheimera (2) jest empiryczny wzór Erguna [1952]. Cechą charakterystyczną tej formuły jest ujęcie oporu przepływu pochodzącego od członu laminarnego i burzliwego z wykorzystaniem wyznaczonego doświadczalnie współczynnika oporów przepływu:

$$-\frac{dp}{dL} = \frac{\mu}{\alpha_v \cdot D_p} \cdot u_f + \frac{1,75 \cdot (1 - \alpha_v)}{\alpha_v^3 \cdot D_p} \cdot \rho \cdot u_f^2 \quad (3)$$

gdzie:

- D_p – średnia średnica elementów roślinnych,
- α_v – porowatość objętościowa wyznaczona empirycznie.

Równanie na stratę energii w ośrodkach porowatych można przedstawić następująco:

$$I = \left(\frac{150}{Re_p} + 1,75 \right) \cdot \frac{(1 - \alpha_v)}{\alpha_v^3 \cdot D_p} \cdot g \quad (4)$$

gdzie:

- g – przyspieszenie ziemskie, $m \cdot s^{-2}$,
- Re_p – liczba Reynoldsa w ujęciu oporów przepływu Erguna wyrażona zależności (z wyłączeniem szorstkości koryta):

$$Re_p = \frac{\rho \cdot D_p \cdot u_f}{(1 - \alpha_v)\mu} \quad (5)$$

Z równania₂ wynika, że spadek ciśnienia, wskutek tarcia, jest proporcjonalny do członu $\frac{(1-\alpha_v)}{\alpha_v^3}$, zaś w skutek burzliwości do członu $\frac{(1-\alpha_v)}{\alpha_v^3}$.

Spadek linii ciśnień wg Manninga opisuje następujące równanie:

$$I = \frac{n^2 u_f^2}{R_h^{4/3}} \quad (6)$$

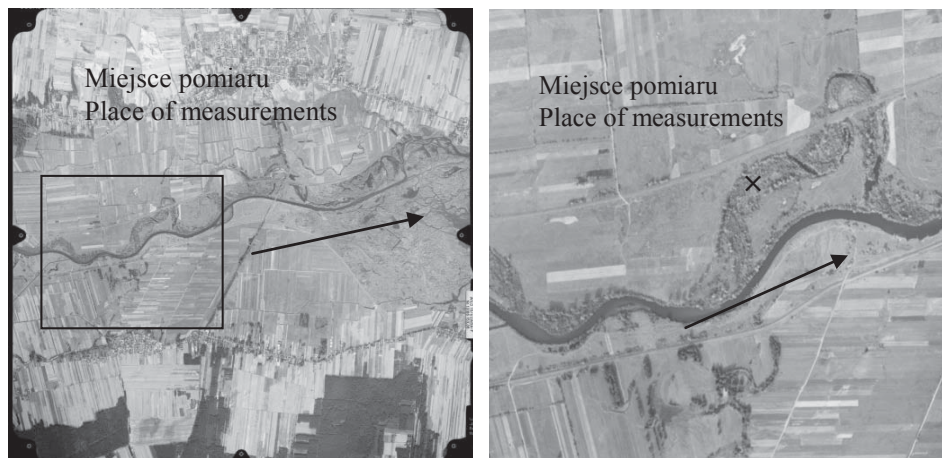
gdzie:

R_h – promień hydrauliczny, m, wyznaczony jako stosunek pola przekroju do obwodu zwilżonego (przy uwzględnieniu naturalnej roślinności krzewiastej jako strefy blokującej przepływ).

W celu opisania roślinności parametrami porowatości należy wskazać miary, które będą je charakteryzować. Może nią być np. koncentracja objętościowa roślin ρR , porowatość strefy roślinnej α_v i in.

BADANIA TERENOWE

Do weryfikacji założeń teoretycznych o przydatności równania Erguna do wyznaczania szorstkości terenów zalewowych wykorzystano badania terenowe doliny rzeki Warty. Badania przeprowadzono 5 kwietnia 2006 roku w czasie przejścia fali wezbraniowej (rys. 1) o natężeniu $Q = 185 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, gdy głębokość wody w pionach hydrometrycznych wynosiła 1,75 m [Walczak i Walczak 2011]. Pomiar prędkości odbywał się za pomocą młynka hydrometrycznego typu HEGA-2 o średnicy wirnika ϕ 100 mm zamocowanego na rurze. Pomiar polegał na automatycznej rejestracji liczby obrotów osadzonego na osi wirnika poruszanego przez płynącą wodę w określonym czasie [Byczkowski 1996].



Rys. 1. Zdjęcie lotnicze z 2004 roku z zaznaczonym miejscem pomiarów prędkości w roku 2006
Fig. 1. Aerial photo of 2004 with the marked place of velocity measurements in 2006

Pomierzono rozkłady prędkości w pionach hydrometrycznych usytuowanych za przeszkodą roślinną, uwzględniając jej strefowość [Walczak 2009]. Na naturalnych terenach zalewowych obok drzew występują zwykle różne rodzaje roślin, m.in.: krzewy, trawy, trzciny, które w różnym stopniu reagują na wodę w czasie przejścia wezbrania.

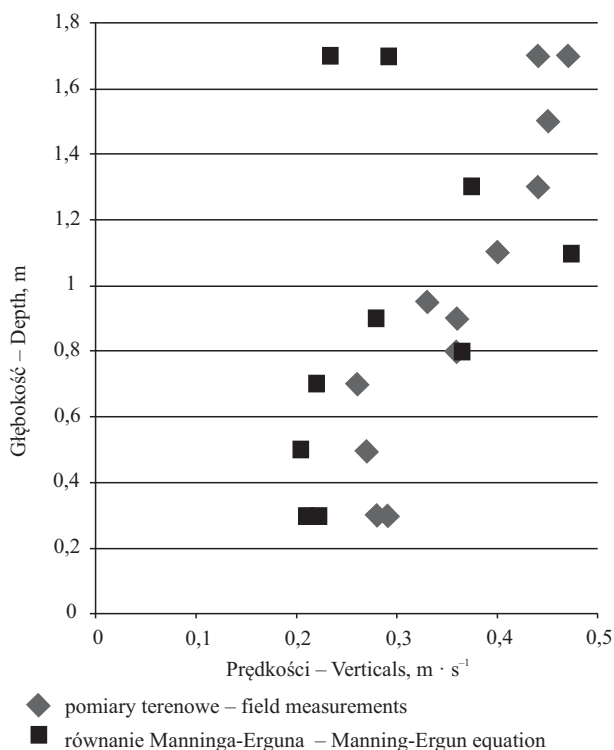
WYNIKI I DYSKUSJA

W celu wskazania poprawności przyjętego założenia o wykorzystaniu współczynnika szorstkości Erguna do opisu szorstkości roślinności terenów zalewowych porównano wartości współczynników szorstkości wyznaczonych przy wykorzystaniu równania Erguna oraz uzyskanych na podstawie pomiarów terenowych. Przy ich uwzględnieniu wyznaczono średnie prędkości w poszczególnych warstwach pionów hydrometrycznych (tab. 1).

Tabela 1. Zmiany współczynników chropowatości i średniej prędkości w pionach hydrometrycznych
Table 1. Changes of roughness coefficients and average velocity in the hydrometric verticals

Pion Vertical	Warstwy Layers	Średnia prędkość Mean velocity		Współczynnik szorstkości Roughness coefficient	
		Pomiary terenowe In situ measurements	Równanie Manninga-Erguna Manning-Ergun equation	Pomiary terenowe In situ measurements	Równanie Manninga-Erguna Manning-Ergun equation
I	2	0,33	0,26	0,108	0,04
	3			0,107	0,028
II	2	0,27	0,2	0,086	0,038
	3	0,4	0,47	0,098	0,032
	4			0,112	0,039
III	2	0,29	0,22	0,057	0,039
	3	0,36	0,28	0,095	0,04
	4			0,119	0,033
IV	2	0,26	0,22	0,112	0,047
	3	0,28	0,33	0,157	0,053
V	2	0,28	0,21	0,059	0,038
	3	0,36	0,36	0,088	0,039
	4	0,44	0,37	0,1	0,047

Oszacowane wartości współczynników szorstkości przedstawione w tabeli znacznie odbiegają od siebie. W przedostatniej kolumnie wyznaczone one zostały z przekształconego równania Manninga, na podstawie pomierzonych prędkości średnich w terenie. Współczynniki szorstkości zestawione w sąsiedniej kolumnie określone były analitycznie, przy uwzględnieniu porowatości roślinności krzewiastej. Analiza wartość



Rys. 2. Rozkład prędkości średnich wyznaczonych przy wykorzystaniu różnych współczynników szorstkości

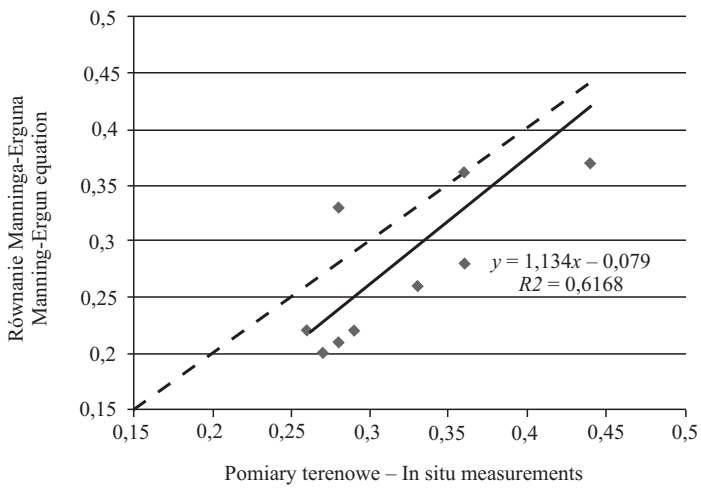
Fig. 2. The distribution of average velocity determined by using various coefficients of roughness

współczynników pokazuje, że większa zgodność między nimi występuje w przypadku stref w pobliżu dna, a co za tym idzie, przy większym udziale roślinności krzewiastej. Rozbieżności rosną wraz z oddaleniem od dna cieku; największą rozbieżność obserwuje się przy głębokości od 1,5 do 1,7 m, w pobliżu zwierciadła wody.

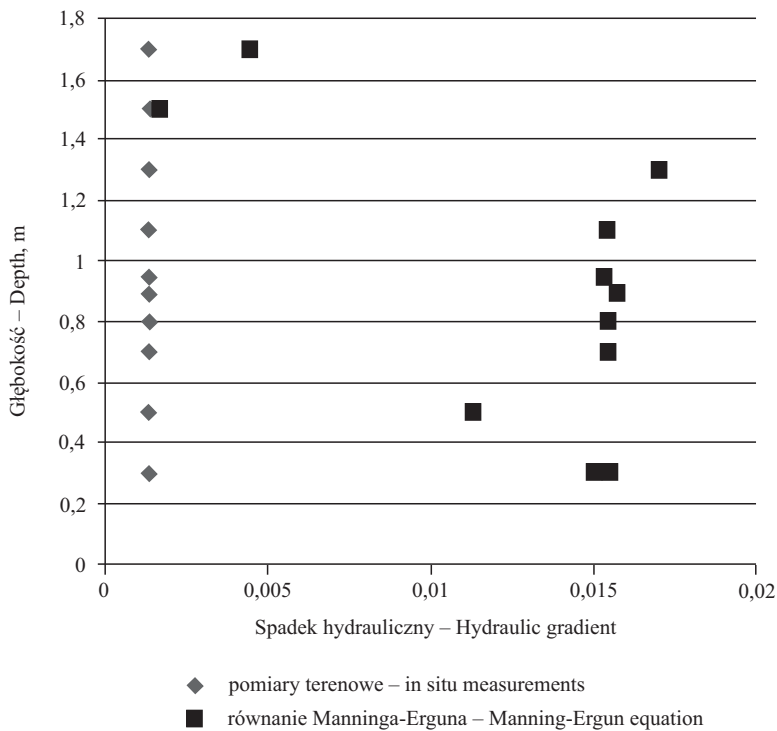
Na rys. 2 przedstawiono rozkłady prędkości średnich, uzyskanych z pomiarów terenowych i wyznaczonych empirycznie z uwzględnieniem współczynnika szorstkości Erguna.

Największa zgodność występuje w strefie 2 i 3 – obszarze o największej gęstości roślinności krzewiastej (66–183 szt. · m⁻²). Rozbieżności, jak już stwierdzono, występują z kolei w pobliżu zwierciadła wody. W tej warstwie roślinności było najmniej (13–15 szt. · m⁻²), a co za tym idzie zdecydowanie przeważała strefa przestrzeni wypełnianej wodą (gdzie praktycznie nie można mówić o ośrodku porowatym).

Można założyć, że wykorzystanie porowatości objętościowej jako parametru szorstkości najlepiej zastosować dla warstw, w których gęstość roślinności jest znaczna. Potwierdza to rys. 3, na którym porównano wartości prędkości średnich z obu przypadków, uwzględniając wyłącznie strefy o znacznej gęstości roślinności krzewiastej (66–183 szt. · m⁻²).



Rys. 3. Zależności prędkości średnich w warstwach o największej gęstości roślinności krzewiastej
 Fig. 3. Dependence of the average velocity in layers with the highest density of bush vegetation



Rys. 4. Zależności spadku hydraulicznego (lokalnego) od głębokości wody
 Fig. 4. Dependence of the hydraulic gradient (local) on the depth

Opór przepływu wyraża się spadkiem ciśnienia w kierunku przepływu i zależy głównie od prędkości i porowatości. W miarę jak zwiększa się gęstość roślinności, rośnie spadek hydrauliczny, co jest związane z podpiętrzaniem wody przez roślinność występującą w przekroju. Analizując badany odcinek, zauważono zmniejszanie się gęstości roślinności wraz ze wzrostem głębokości wody w terenie zalewowym. Jeżeli głębokość wody była niewielka, to spadek hydrauliczny okazywał się znaczny ze względu na dużą gęstość roślinności. Zwiększenie głębokości wody na terenie zalewowym powodowało niewielką zmianę spadku, dopiero znaczny wzrost głębokości wody przy zmniejszonej gęstości roślinności krzewiastej skutkowało obniżeniem wartości spadku hydraulicznego. W tej strefie występowały trawy i krzewy. Na rys. 4 zaznaczono wartości spadku hydraulicznego obliczone empirycznie przy wykorzystaniu równania (4). Wyznaczony w ten sposób spadek można nazwać lokalnym, ponieważ dotyczy strefy występującej bezpośrednio za roślinnością krzewiastą. W czasie pomiarów terenowych, spadek określa się na znacznie większej odległości i jest wartością uśrednioną. Długości odcinków, na których określa się spadki zwierciadła wody, są różne, co może mieć wpływ na dalsze obliczenia.

Na rysunku można zauważyć, że spadki pokrywają się wyłącznie na poziomie zwierciadła wody i przy gęstościach roślinności mniejszej niż 23 szt. · m⁻².

PODSUMOWANIE

Tereny zalewowe koryt wód wielkich porośnięte są różnorodną roślinnością. Gęsty porost roślinny powoduje znaczny wzrost oporów przepływu wywołany wpływem elementów nadziemnych roślin (łodygi trzciny, gałęzie krzewów oraz pnie drzew). W przypadku roślinności terenów zalewowych przy określaniu jej pod względem oporu czy szorstkości należy uwzględnić złożone oddziaływanie oporów hydraulicznych rośliny [Przedwojski 2008].

Roślinność w niższych warstwach charakteryzuje się mniejszymi rozmiarami, co przekłada się na mniejszą wartość współczynnika szorstkości. Taka roślinność jest bardziej elastyczna i układa się zgodnie z kierunkiem przepływu wody. Oddziaływanie roślin między sobą potęguje takie zachowanie. W przypadku, kiedy gęstość roślinności się zmniejsza (przy jednoczesnym mniejszym oddziaływaniu na siebie), wartość współczynnika szorstkości się zwiększa. Znanych jest wiele sposobów opisu gęstości roślin w korytach rzecznych. Najprostsze z nich dotyczą wyłącznie gęstości zbiorowiska roślinnego, inne uwzględniają również układ przestrzenny roślin, który wpływa na wartość szorstkości terenów zalewowych. Zaletą opisu współczynnika szorstkości za pomocą równania Erguna jest wykorzystanie wyłącznie parametrów geometrycznych i objętościowych roślin, bez analizowania wpływu roślinności na współczynniki oporu dobierane subiektywnie lub przy użyciu złożonych formuł. Należy jednak podkreślić, że nie średnica, a gęstość jest decydującym parametrem wpływającym na współczynnik szorstkości. Prezentowane podejście ma charakter poznawczy i jest próbą wykorzystania równania

Erguna do opisu współczynnika szorstkości. Mimo że średnie wartości współczynnika odbiegają od siebie, można przypuszczać, iż przy znacznych gęstościach roślinności krzewiastej jej wpływ okaże się większy.

Pasma krzewów rosnących poprzecznie do kierunku ruchu wody działa jak przepuszczalna przegroda powodująca lokalne piętrzenie wody, z wyłączeniem obszarów przydennych. W związku z tym spadek lokalny na odcinku przepływu przez krzewy jest większy od spadku zwierciadła wody (spadku średniego).

PIŚMIENNICTWO

- Anderson B.A., Sarkar A., Thompson J.F., Singh R.P., 2004. Commercial-scale forced-air cooling of packaged strawberries. *ASAE* 47(1), 183–190.
- Byczkowski A., 1996 *Hydrologia*. T. 1. SGGW Warszawa.
- Ergun S., 1952. Fluid flow through packed columns. *Chem. Engineer. Progr.* 48(2), 89–94.
- Ewing R., Lazarov R., Lyons S.L., Papavassiliou D.V., Pasciak J., Qin G.X., 1999. Numerical well model for non-Darcy flow. *Comp. Geos.* 3, 185–204.
- Forchheimer P.Z., 1901. Wasserbewegung durch Boden. *Zeit. Ver. Deutsch. Ing.* 45, 1781–1788.
- Hellström J.G.I., Lundström T.S., 2008. Flow induced forces in porous media with application to internal erosion. 19th Intern. Symp. on Transport Phenomena, Reykjavik, Iceland.
- Kubrak J., Nachlik E., 2003. *Hydrauliczne podstawy obliczania przepustowości koryt rzecznych*. SGGW Warszawa.
- Petryka S., Bosmajiana G., 1975. Analysis of flow through vegetation *ASCE. J. Hydraul. Divis.* 101, HY 7, 871–884.
- Przedwojski B., Dysarz T., Kałuża T., Wicher- Dysarz J., Wierzbiński M., 2008. Wpływ czynników morfodynamicznych i roślinnych na kształtowanie warunków hydraulicznych w zbiorniku wodnym Jezioro. Wyd. Uniwersytetu Przyrodniczego Poznań.
- Sobieski W., Trykozko A., 2011. Sensitivity Aspects of Forchheimer's Approximation, *Transp. Porous Med.* 89, 155–164.
- Walczak N., 2009. Rozkład prędkości i opory ruchu przy przepływie wody w naturalnych korytach rzecznych. Praca doktorska. Uniwersytet Przyrodniczy Poznań.
- Walczak N., Walczak Z., 2011. Ocena wpływu roślinności na rozkład prędkości wody na przykładzie badań terenowych w korycie Warty. *Gosp. Wod.* 449–452.

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 12.12.2013