

NUMERYCZNE MODELOWANIE TRANSPORTU RUMOWISKA WLECZONEGO

Robert Bialik

Instytut Geofizyki PAN

Streszczenie. Podstawowym celem artykułu jest opracowanie matematycznego modelu opartego na opisie Lagrange’a. Model ten umożliwia określenie ilościowe transportowanego sedymentu w warstwie rumowiska wleczonego. Model dotyczy opisu trajektorii ruchu saltacyjnego cząstki rumowiska. Wśród wielu naukowców istnieje pogląd, że ruch ten jest dominujący w strefie rumowiska wleczonego i ma istotny wpływ na jego transport. Opis trajektorii cząstek rumowiska poruszających się ruchem saltacyjnym opiera się na ogólnych równaniach hydrodynamiki opisujących bilans wszystkich sił działających na cząstkę podlegającą saltacji, tzn. sił: nośnej, oporu, Basseta, Magnusa, od mas stowarzyszonych oraz wyporu. Na podstawie licznej grupy symulacji dla szerokiego zakresu wielkości cząstek określone zostały gęstości prawdopodobieństwa położenia cząstek w funkcji czasu i odległości od dna kanału oraz prędkości cząstek w kierunku poziomym. Metoda określania funkcji gęstości prawdopodobieństwa oraz transportu rumowiska wleczonego jest rozwinięciem propozycji przedstawionej przez Wiberg i Smitha [1989]. Jej udoskonalenie bazuje na zastosowaniu technik Monte-Carlo, które pozwalają na dokładne określenie koncentracji cząstek ulegających saltacji. Otrzymane wyniki są porównane ze znanymi formułami eksperymentalnymi, które m.in. zaprezentowali Fernandez-Luque i Van Beek [1976] oraz Meyer-Peter i Mueller [1948]. Otrzymane wyniki z symulacji numerycznych wykazują bardzo dobrą zgodność z wynikami z formuł eksperymentalnych i dowodzą, że podana propozycja obliczania transportu rumowiska wleczonego może być traktowana jako alternatywna dla tych formuł.

Słowa kluczowe: transport rumowiska wleczonego, opis Lagrange’a, saltacja

WSTĘP

Transport rumowiska jest jednym z najważniejszych i najtrudniejszych w analizie i opisie procesów zachodzących w przepływach w kanałach otwartych. W rzekach można go podzielić na części związane z rumowiskiem unoszonym, wleczonym oraz spławial-

Praca powstała w ramach projektu badawczego promotorskiego Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego „Modelowanie ruchu cząstek rumowiska w warstwie przydennej w przepływie turbulentnym” nr N N306 009237 oraz w ramach The Polish-British Young Scientists Programme (YSP).

Adres do korespondencji – Corresponding author: dr Robert Bialik, Zakład Hydrologii i Hydrodynamiki, Instytut Geofizyki PAN, ul. Ks. Janusza 64, 01-452 Warszawa, rbialik@igf.edu.pl.

nym [Parzonka 1991]. W strefie wleczenia cząstki sedymentu mogą przemieszczać się na skutek toczenia, ślizgania lub wykonując niewysokie skoki po podłożu. Ten skokowy ruch nazywa się ruchem saltacyjnym. Wielu naukowców, np. Bagdnold [1956], Wiberg i Smith [1989], Hu i Hui [1996], wyznaje pogląd, że ruch ten jest dominujący w strefie rumowiska wleczonego i że ma istotny wpływ na transport tego ostatniego. Dokładne zrozumienie zachowania cząstek związanego z ich ruchem w pobliżu dna w przepływie turbulentnym pozwoliłoby na opis morfologicznych zmian koryta, procesów erozyjnych i zamulania zbiorników wodnych czy na określenie momentu, w którym następuje początek ruchu rumowiska. Dostarczenie informacji dotyczącej ilości rumowiska doprowadzonego do zbiorników wodnych jest niezbędne do utrzymania koryt rzecznych w dobrym stanie. Obecnie jedyny poprawny fizycznie opis trajektorii cząstek rumowiska opiera się na ogólnych równaniach hydrodynamiki opisujących bilans wszystkich sił działających na cząstkę podlegającą saltacji, tj. sił: nośnej, oporu, Magnusa, Basseta, od mas stowarzyszonych oraz wyporu. Dokładna analiza i uwzględnienie wszystkich tych sił działających na cząstkę bardzo komplikuje i tak już dość złożony opis matematyczny, co zniechęca do prac nad jego rozwinięciem i powoduje, że nie zajmują się tym ani krajowe, ani zagraniczne ośrodki badawcze.

Podstawowym celem niniejszej pracy jest udoskonalenie matematycznego modelu, który umożliwiłby określenie ilościowe transportowanego sedymentu, przy założeniu poprawności diagramu Shieldsa opisującego wartość naprężeń granicznych, które występują przed rozpoczęciem ruchu rumowiska.

BILANS SIŁ DZIAŁAJĄCYCH NA PORUSZAJĄCĄ SIĘ W PRZEPŁYWIE TURBULENTNYM SFERYCZNĄ CZĄSTKĘ RUMOWISKA

Trajektorię cząstki w czasie jej ruchu saltacyjnego da się opisać za pomocą układu równań ruchu pojedynczej sferycznej cząstki w ośrodku płynnym, który może mieć następującą formę [Hinze 1975]:

$$\frac{d\vec{x}_s}{dt} = \vec{v}_s \quad (1)$$

$$m_s \frac{d\vec{v}_s}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_L + \vec{F}_M + \vec{F}_V + \vec{F}_B + \vec{F}_G \quad (2)$$

gdzie:

\vec{x}_s – wektor położenia cząstki,

\vec{v}_s – wektor prędkość cząstki,

t – czas,

m_s – oznacza masę cząstki.

Pierwszy człon po prawej stronie równania (1) oznacza siłę oporu, drugi – siłę nośną, trzeci – siłę Magnusa określającą dodatkową siłę nośną związaną z rotacją cząstki, czwarty – siłę od mas stowarzyszonych, piąty – siłę Basseta, a ostatni – siłę wyporu.

Powyższy układ równań był wielokrotnie analizowany w różnych formach; robili to np. Wiberg i Smith [1989], Lee i Hsu [1994], Niño i García [1994] oraz Sommerfeld [2001]. Jednakże wiele problemów, takich jak dokładny opis zderzenia cząstki z dnem kanału czy uwzględnienie zderzeń pomiędzy cząstkami w trakcie ich lotu albo wpływu turbulencji na ruch pojedynczej cząstki, pozostaje wciąż bez odpowiedzi.

W celu rozwiązania powyższego układu równań niezbędne jest określenie rozkładu prędkości płynu blisko dna kanału oraz warunków początkowych; dodatkowo, aby zachować ciągłość rozwiązania, należy poprawnie sformułować warunek odbicia cząstki od dna.

Rozkład prędkości u_f płynu może być opisany prawem logarytmicznym:

$$\frac{u_f(z)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{k_s} + 8,5 \quad (3)$$

gdzie:

- κ – stała von Karmana = 0,41,
- u_* – prędkość dynamiczna na dnie kanału,
- k_s – szorstkość efektywna,
- z – odległość od dna kanału.

Analizując ruch saltacyjny cząstki rumowiska za pomocą dynamicznego układu równań opisującego bilans wszystkich sił działających na tę cząstkę, należy dokładnie opisać zderzenie z dnem kanału. Problem ten był rozważany przez wielu autorów [Sekine i Kikkawa 1992, Rice i in. 1996, Bialik i Czernuszenko 2008], przy czym najpopularniejsze wyrażenia łączące prędkość przed i po zderzeniu podali Niño i García [1994]. Mają one następującą postać:

$$u_{s\ out} = f \sqrt{u_{s\ in}^2 + v_{s\ in}^2} \cos(\Theta_{in} + \Theta_b) \frac{\cos(\Theta_r + \Theta_b)}{\cos \Theta_r} \quad (4)$$

$$v_{s\ out} = f \sqrt{u_{s\ in}^2 + v_{s\ in}^2} \cos(\Theta_{in} + \Theta_b) \frac{\sin(\Theta_r + \Theta_b)}{\cos \Theta_r} \quad (5)$$

$$\tan \Theta_r = \frac{e}{f} \tan(\Theta_r + \Theta_b) \quad (6)$$

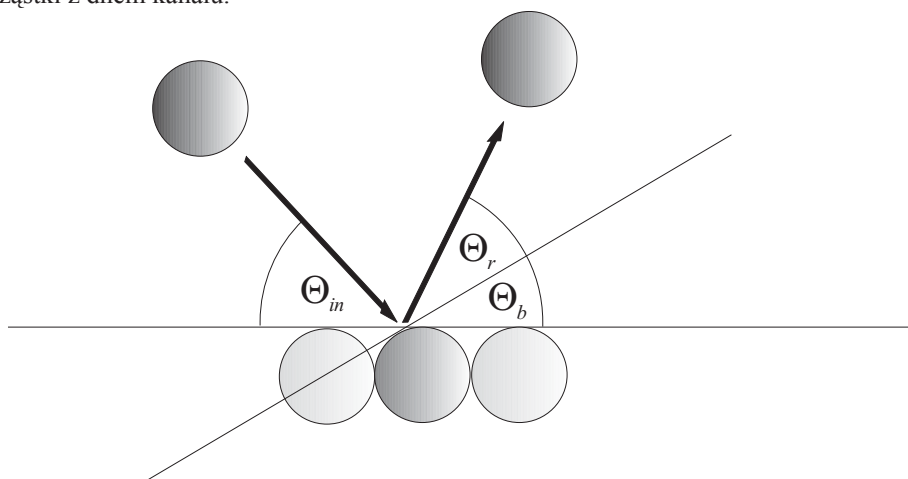
gdzie:

- u_s i v_s – prędkości cząstki w kierunku poziomym i pionowym,
- f – współczynnik tarcia,
- e – współczynnik straty pędu,
- indeksy in i out – parametry cząstki odpowiednio przed zderzeniem i po nim,
- Θ_{in} – kąt, pod jakim cząstka uderza w dno kanału,
- Θ_b – kąt między styczną w punkcie zderzenia a wirtualnym dnem,
- $\Theta_r = \Theta_{out} - \Theta_b$, gdzie Θ_{out} to kąt odbicia.

Wzory wyprowadzone przez wspomnianych badaczy opierają się na zależnościach geometrycznych i uwzględniają założenie, że cząstki są upakowane jednorodnie na dnie.

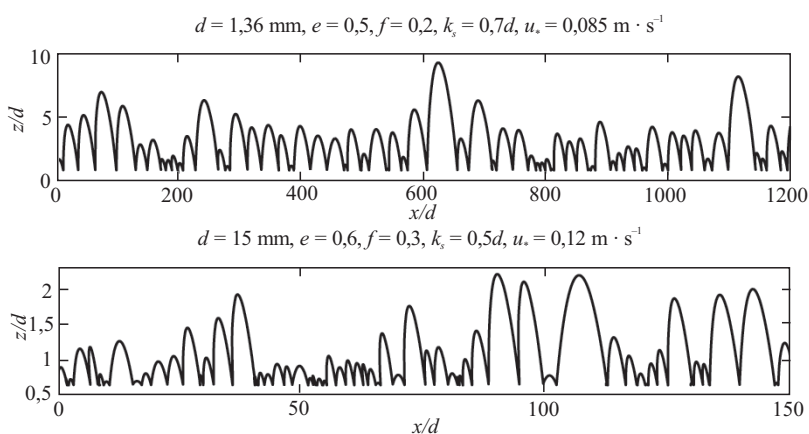
Wydaje się, że przy analizowaniu zderzenia cząstek z dnem kanału najistotniejsze jest uwzględnienie fizyki tego procesu, dlatego należy jeszcze uwzględnić zjawisko podwójnego odbicia oraz efektu cienia. Pierwszy z procesów badali Bialik i Czernuszenko [2008], podając metodę pozwalającą na uwzględnienie tego zjawiska w modelu numerycznym. Procesem drugim zajęli się Rowiński i Czernuszenko [1999], którzy podali wzory na maksymalną i minimalną wartość kąta Θ_b . Uwzględnienie tych efektów jest istotne z uwagi na fakt, że Θ_b reprezentuje losowe ułożenie ziaren na dnie kanału.

Rys. 1 pokazuje zależności pomiędzy poszczególnymi kątami w procesie zderzenia cząstki z dnem kanału.



Rys. 1. Schemat zderzenia cząstki z dnem kanału [Niño i García 1994]

Fig. 1. Scheme of particle collision with channel bed [Niño and García 1994]



Rys. 2. Przykładowe trajektorie lotu cząstek o średnicach $d = 1,36 \text{ mm}$ oraz $d = 15 \text{ mm}$

Fig. 2. Exemplary trajectories of particles with diameters $d = 1.36 \text{ mm}$ and $d = 15 \text{ mm}$

Rys. 2 przedstawia przykładowe trajektorie lotu cząstek o średnicach $d = 1,36$ mm oraz $d = 15$ mm. Warunki początkowe ruchu zostały ustalone jako: $u_s(0) = 2u_*$, $v_s(0) = 2u_*$, $z(0) = 0,5d$ oraz $x(0) = 0$ [Van Rijn 1987]. Pozostałe parametry zostały określone na podstawie eksperymentu numerycznego [Czernuszenko i Bialik 2009]. Można zauważyć, że cząstki o większej średnicy, a tym samym o większej masie, wykonują dużo niższe i krótsze skoki niż cząstki mniejsze. Spowodowane jest to przewagą sił ciężkości i oporu nad siłą nośną dla tych większych cząstek.

METODA OBLICZANIA TRANSPORTU RUMOWISKA WLECZONEGO

Do wyznaczenia rozkładów koncentracji i transportu rumowiska wleczonego na podstawie modelu saltacji w opisie Lagrange'a wykorzystana zostanie metoda, która zaproponowali Wiberg i Smith [1989]. W tym celu niezbędne wydaje się podanie kilku podstawowych założeń tej teorii. Transport sedymentu w strefie wleczenia q_s jest opisany przez następujące wyrażenie:

$$q_s = \int_z^{H_s} c_s(z) u_s(z) dz \quad (7)$$

gdzie:

$c_s(z)$ – pionowa koncentracja sedymentu, definiowana w następujący sposób:

$$c_s(z) = \langle c_s \rangle c_*(z) \quad (8)$$

gdzie:

$c_*(z)$ – pionowy profil koncentracji, równy czasowi, jaki cząstka spędza w odległości z od dna.

Przy przepływie jednostajnym dla liczby skoków większej niż 100, funkcję gęstości, która odpowiada temu danemu profilowi koncentracji, można określić następująco [Wiberg i Smith 1989]:

$$c_*(z) = \gamma \sum_{i=1}^n \left(\frac{dx}{dt} \right)_d \quad (9)$$

gdzie:

n – liczba rozpatrywanych skoków,

γ – parametr, który określa długość trwania symulacji.

Natomiast $\langle c_s \rangle$ w równaniu (8) oznacza pionową koncentrację objętościową, którą Wiberg i Smith [1989] definiują następująco:

$$\langle c_s \rangle = \frac{\tau_* - \tau_{cr}}{c_*(z_0) \frac{F_D(z) \alpha_D}{A_D}} \quad (10)$$

gdzie:

- τ_* – naprężenie w warstwie granicznej,
- τ_{cr} – naprężenie krytyczne (w przypadku saltacji ziaren sferycznych 0,06),
- α_D – parametr dla kuli wynoszący 1,5,
- $F_D(z_0)$ – średnia siła oporu działająca na cząstkę przy dnie kanału,
- A_D – przekrój poprzeczny kuli.

W celach porównawczych, wyznaczony transport rumowiska będzie przedstawiany w formie bezwymiarowej w następującej postaci:

$$\phi = \frac{q_s}{\sqrt{(\rho_s - \rho)gd^3}} \quad (11)$$

gdzie:

- ϕ – bezwymiarowy transport rumowiska,
- ρ_s – gęstość sedymentu,
- ρ – gęstość wody,
- g – przyspieszenie ziemskie,
- d – średnica ziaren.

Otrzymane wyniki zostały porównane ze znanymi formułami eksperymentalnymi, które przedstawił Meyer-Peter i Müller [1948] oraz Fernandez Luque i Van Beek [1976].

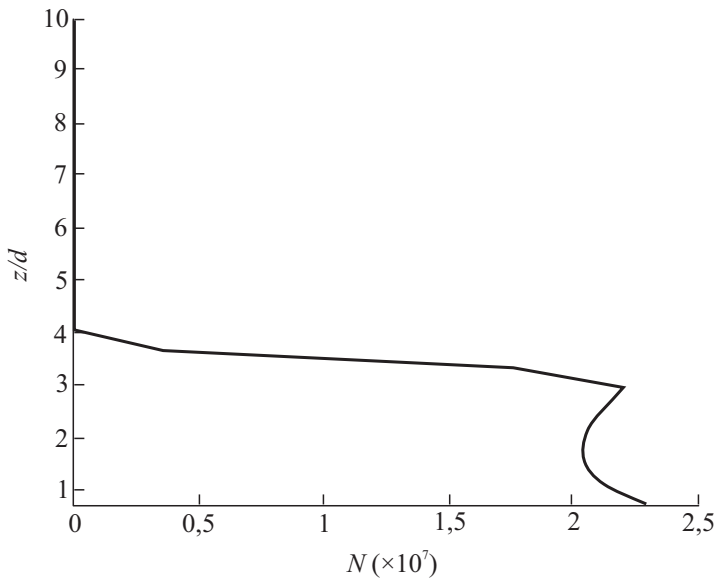
WYNIKI

Rys. 3 i 4 przedstawiają przykładowe rozkłady koncentracji dla cząstek o średnicy $d = 1,36$ mm przy dwóch przypadkach przepływu, dla: $u_* = 0,036$ m·s⁻¹, oraz $u_* = 0,074$ m·s⁻¹. Wyraźnie można zauważyć, że wraz ze wzrostem prędkości płynu cząstki wykonują wyższe skoki i można je znaleźć w większej odległości od dna kanału. Ponadto widać dwie charakterystyczne wysokości, na których cząstki się skupiają. Pierwsza lokuje się przy dnie kanału, natomiast druga w okolicy maksymalnej wysokości, na jakiej zachodzi saltacja. Zjawisko to jest determinowane przez odpowiedni dobór kątów zderzenia.

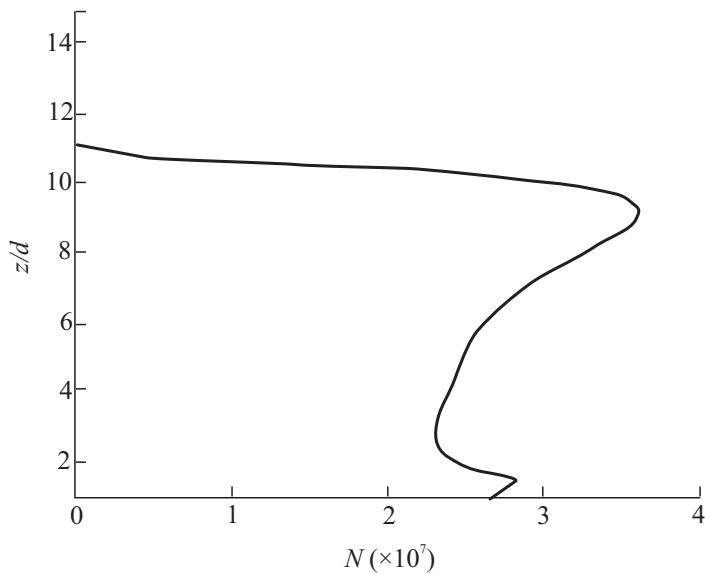
Rys. 5 i 6 przedstawiają otrzymane wartości transportu rumowiska wleczonego w formie saltacji na podstawie modelu Lagrange'a. Rozpatrywane były trzy przypadki ruchu rumowiska:

- 1) w formie nierozwiniętej saltacji, w której wysokość pojedynczego skoku nie przekraczała jednej średnicy cząstki;
- 2) w formie całkowicie rozwiniętej saltacji, w której wszystkie skoki były wyższe niż jedna średnica cząstki;
- 3) ruch cząstki z uwzględnieniem zarówno pierwszego, jak i drugiego przypadku, tzn. że po niskim skoku mógł wystąpić skok wysoki, a po wysokim – niski.

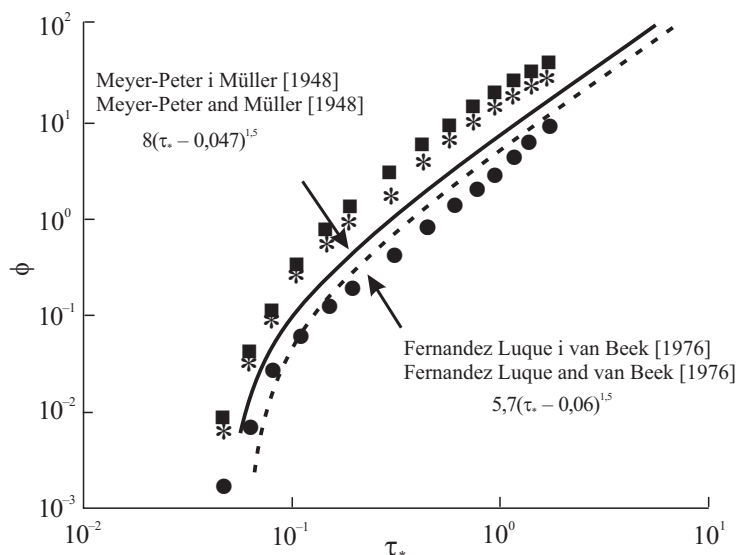
Każdy z rodzajów ruchu i odpowiadające im symulacje Monte Carlo zostały uzyskane poprzez odpowiedni wybór warunków brzegowych, które reprezentowane są przez kąty odbicia Θ_b . Jak już wcześniej wspomnieliśmy, cząstki sedymentu mogą koncentrować się



Rys. 3. Rozkład koncentracji sedymentu dla średnicy cząstek $d = 1,36$ mm, przy przepływie $u_* = 0,036 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; z – odległość od dna kanału, N – liczba cząstek na 1 m^3
 Fig. 3. Vertical distribution of saltating particles with diameter $d = 1.36$ mm, at flow $u_* = 0.036 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; z – distance from channel bed, N – number of particles per m^3



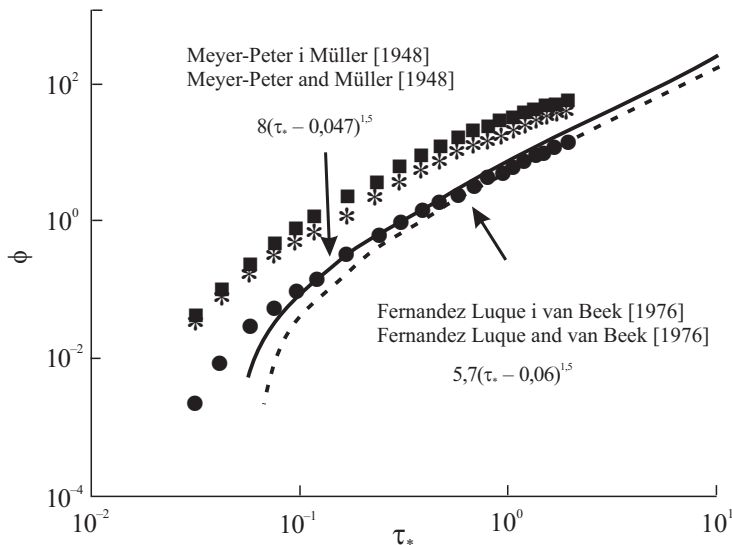
Rys. 4. Rozkład koncentracji sedymentu dla średnicy cząstek $d = 1,36$ mm, przy przepływie $u_* = 0,074 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; z – odległość od dna kanału, N – liczba cząstek na 1 m^3
 Fig. 4. Vertical distribution of saltating particles with diameter $d = 1.36$ mm, at flow $u_* = 0.074 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; z – distance from channel bed, N – number of particles per m^3



Rys. 5. Porównanie wyznaczonych wartości bezwymiarowego transportu rumowiska wlezonego (Φ) ze znanymi formułami eksperymentalnymi dla cząstek o średnicy $d = 0,53$ mm; ● – saltacja nierozwinięta (wysokość pojedynczego skoku nie przekracza jednej średnicy cząstki), ■ – saltacja całkowicie rozwinięta (wszystkie skoki wyższe niż jedna średnica cząstki), * – saltacja mieszana (po niskim skoku może wystąpić skok wysoki, a po wysokim – niski), τ_* – naprężenie w warstwie granicznej

Fig. 5. Comparison between dimensionless bed-load sediment transport (Φ) and well-known experimental formulae for particles with diameter $d = 0.53$ mm; ● – non-developed saltation (height of single jump/hop does not exceed one diameter of particle), ■ – fully-developed saltation (all jumps/hops are higher than one diameter of particle), * – mixed saltation (low jump/hop may be followed by high jump/hop, and vice versa), τ_* – bed shear stress

na dwóch wysokościach. Pierwsza zlokalizowana jest bliżej dna kanału i pojawia się dla następujących kątów zderzenia: $\Theta_b \in (60^\circ, 90^\circ)$, natomiast druga, powyżej poprzedniej, dla $\Theta_b \in (90^\circ, 120^\circ)$ $\alpha \in (90^\circ, 120^\circ)$. Dla każdego z przypadków liczba przeprowadzonych wywołań symulacji Monte Carlo była jednakowa (wszystkie parametry zostały wyznaczone dla co najmniej 10 000 000 skoków). Bez względu na rodzaj ruchu liczba ziaren poruszających się jednocześnie była taka sama. Można wyraźnie zauważyć, że proponowana metoda daje wyniki porównywalne z formułami eksperymentalnymi jedynie dla bardzo małych cząstek. Dla ziaren o średnicy rzędu $d = 1,36$ mm widać już wyraźne różnice. Wraz ze wzrostem średnicy ziaren otrzymane wyniki coraz bardziej odbiegają od rezultatów eksperymentów. Nie znaczy to, że przyjęta metoda jest obarczona błędem. Należy pamiętać, że zarówno formuła Meyera-Petera i Müllera [1948], jak i ta, którą podali Fernandez Luque i Van Beek [1976], uwzględniają transport sedymentu we wszystkich możliwych formach: gdy cząstka się toczy, gdy się ślizga i gdy jej ruch ma formę saltacji. Otrzymane wyniki potwierdzają jedynie słuszność przyjęcia wartości naprężeń granicznych jako 0,06, czyli dokładnie wartości odpowiadającej stałej Shieldsa.



Rys. 6. Porównanie wyznaczonych wartości bezwymiarowego transportu rumowiska wlezonego (Φ) ze znanymi formułami eksperymentalnymi dla cząstek o średnicy $d = 1,36$ mm; ● – saltacja nierozwinięta (wysokość pojedynczego skoku nie przekracza jednej średnicy cząstki), ■ – saltacja całkowicie rozwinięta (wszystkie skoki wyższe niż jedna średnica cząstki), * – saltacja mieszana (po niskim skoku może wystąpić skok wysoki, a po wysokim – niski), τ_* – naprężenie w warstwie granicznej

Fig. 6. Comparison between dimensionless bed-load sediment transport (Φ) and well-known experimental formulae for particles with diameter $d = 1.36$ mm; ● – non-developed saltation (height of single jump/hop does not exceed one diameter of particle), ■ – fully-developed saltation (all jumps/hops are higher than one diameter of particle), * – mixed saltation (low jump/hop may be followed by high jump/hop, and vice versa), τ_* – bed shear stress

WNIOSKI

1. Omówiona w pracy metoda obliczania transportu rumowiska wlezonego, którą zaproponowali Wiberg i Smith [1989] została uzupełniona o próbkowanie Monte Carlo, co umożliwiło dokładniejsze wyznaczenie profili prędkości cząstki oraz rozkładów koncentracji. Porównanie otrzymanych wyników z dwoma znanymi formułami eksperymentalnymi pozwoliło na potwierdzenia słuszności diagramu Shieldsa dla cząstek sferycznych. Przyjęta wartość naprężeń granicznych równa 0,06 potwierdziła się dokładnie dla bardzo małych ziaren rzędu $d = 0,53$ mm i $d = 1,36$ mm. Natomiast ze wzrostem wielkości cząstki wyniki coraz bardziej odbiegały od formuł eksperymentalnych. Sugeruje to, że wartość naprężeń granicznych dla tych cząstek powinna być większa.
2. Przedstawiona metoda obliczania transportu rumowiska wlezonego może być traktowana jako metoda wspomagająca w analizie tego procesu dla rumowiska piaszczystego. Dla większych ziaren może dawać wyniki odbiegające od oczekiwanych.
3. Rozwój modelu powinien iść w kierunku uwzględnienia zderzeń pomiędzy cząstkami i wpływu turbulencji na zachowanie pojedynczej sferycznej cząstki rumowiska, a także wzięcia pod uwagę kształtu ziaren innego niż sferyczny.

PIŚMIENNICTWO

- Bagnold R.A., 1956. The flow of cohesionless grains in fluids. Proc. Royal Soc. Philos. Trans. 249, 235–297.
- Bialik R., Czernuszenko W., 2008. 2D numerical model for the bed-load transport of saltating grain. Proc. Int. Conf. on Fluvial Hydraulics “River Flow 2008” 2, 945–952.
- Czernuszenko W., Bialik R., 2009. Lagrangian model for continuous saltating grains in flowing water. Proc. 33rd IAHR Congress “Water Engineering for a Sustainable Environment”, 67–74.
- Fernandez Luque R., Van Beek R., 1976. Erosion and transport of bed-load sediment. J. Hydraul. Res. 14(2), 127–144.
- Hinze J.O., 1975. Turbulence. McGraw-Hill New York.
- Hu C., Hui Y., 1996. Bed-load transport. I: Mechanical characteristics. J. Hydraul. Eng. 122(5), 245–254.
- Lee H.Y., Hsu I., 1994. Investigation of saltating particle motions. J. Hydraul. Eng. 120(7), 831–845.
- Meyer-Peter E., Müller R., 1948. Formulas for bed-load transport. Proc. 2nd Meeting IAHR, Stockholm, 39–64.
- Niño Y., García M., 1994. Gravel saltation. 2: Modeling. Water Resour. Res. 30(6), 1915–1924.
- Parzonka W., 1991. Erozja, transport i sedimentacja rumowiska w rzekach. Mat. XI Ogólnopol. Szkoły Hydrauliki, Gdańsk, 81–98.
- Rice M.A., Willets B.B., McEwan I.K., 1996. Observations of collisions of saltating grains with a granular bed from high-speed cine-film. Sedimentology 43(1), 21–31.
- Rowiński P., Czernuszenko W., 1999. Modeling of sand grains paths in a turbulent open channel flow. Proc. 28th IAHR Congress, Graz (CD).
- Sekine M., Kikkawa H., 1992. Mechanics of saltating grains. II. J. Hydraul. Eng. 118, 536–558.
- Sommerfeld M., 2001. Validation of a stochastic Lagrangian modeling approach for inter-particle collisions in homogeneous isotropic turbulence. Int. J. Multiphase Flow 27, 1829–1858.
- Van Rijn L.C., 1987. Mathematical modelling of morphological processes in the case of suspended sediment transport. Dr Thesis. Dept. of Fluid Mech., Delft University of Technology.
- Wiberg P.L., Smith J.D., 1989. Model for calculating bed-load transport of sediment. J. Hydraul. Eng. 115(1), 101–123.

NUMERICAL MODELLING OF BED-LOAD SEDIMENT TRANSPORT

Abstract. This paper deals with the bed-load transport of river sediments moving by saltation. The movement of spherical solid particles in an open channel flow is determined by numerical calculations based on Lagrangian approach. This approach reflects the balance of the drag force, lift force, added mass force, Magnus and Basset forces. The particle behaviours for different boundary conditions as well as for different particle sizes are discussed in detail. Solving the Lagrange equation makes it possible to compute the sequences of trajectories of individual saltating grains and to receive the vertical profile of sediment concentration. To verify these calculations, comparisons with measurements are presented. The comparisons are made for a few sediment sizes in the range from 0.00053 to 0.015 m and for the Peter-Meyer and Mueller, and Fernandez Luque and Beek formulae. The results of comparisons show that the model can be used for estimating the bed-load transport.

Key words: bed-load sediment transport, Lagrangian model, saltation

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 8.04.2010